

۱۳ الف) حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها بنویسید.
 (الف) $(3x-5)^2 =$
 (ب) مجموعه جواب نا معادله زیر را روی محور نشان دهید.
 $4(x-1) \geq 2x+6$

۱۴ درجه جمله $5x^2y^3$ نسبت به متغیر x کدام است؟
 الف) ۲ ب) ۳ ج) ۵ د) -۱

۱۵ دستگاه معادلات خطی مقابل را حل کنید.

$$\begin{cases} x-3y=7 \\ 2x-7y=15 \end{cases}$$

۱۶ الف) با توجه به شکل مقابل معادله خط L را بنویسید.
 ب) شیب خط $3y=6x-1$ را مشخص کنید.
 ج) معادله خطی را بنویسید که با خط $y=5x$ موازی بوده و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -۴ قطع کند.

۱۷ زاویه بین دو خط $x=2$ و $y=-5$ کدام است؟
 الف) ۴۵ درجه ب) ۱۲۰ درجه ج) ۱۸۰ درجه د) ۹۰ درجه

۱۸ الف) عبارت مقابل به ازای چه مقداری از x تعریف نشده است.
 ب) حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{5x+1}{x+3}$$

۱۹ تقسیم زیر را انجام داده و سپس خارج قسمت و باقی مانده را مشخص کنید.

$$1) \frac{x^2+3x+2}{x+2} \times \frac{x+5}{x+1}$$

$$2) \frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+2} =$$

۲۰ $\frac{5}{\sqrt{x}}$ یک عبارت گویا است.
 درست نادرست

۲۱ در سوالات زیر نوشتن دستور محاسبه (فرمول) مساحت و حجم الزامی است.
 الف) مساحت کره‌ای به شعاع ۳ سانتی متر را به دست آورید.
 ب) حجم هرمی را بدست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد ۴ و ۵ سانتی متر و ارتفاع آن ۱۲ سانتی متر باشد.

۲۲ شکل زیر گسترده یک هرم منتظم است.
 درست نادرست

۲۳ از دوران نیم دایره حول قطرش یک پدید می‌آید.

۱ با توجه به مجموعه‌های $A = \{3, 5, 7\}$ و $B = \{7, 9\}$ و $C = \{7, 9, 11\}$ هر یک از مجموعه‌های زیر را با اعضایش مشخص کنید.
 الف) $A \cup B =$
 ب) $A - (B \cap C) =$

۲ در جعبه‌ای ۲ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر یک مهره را تصادفی از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد؟
 درست نادرست

۳ عبارت «چهار عدد متوالی فرد» یک مجموعه را مشخص می‌کند.
 اجتماع مجموعه اعداد گویا و مجموعه اعداد گنگ مجموعه است.

۴ کدام یک از عبارت‌های زیر مجموعه تهی را مشخص می‌کند.
 الف) عددهای صحیح بین -۲ و ۲ ب) شمارنده‌های اول عدد ۱۷
 ج) عددهای طبیعی بین ۵ و ۶ د) عددهای منفی و بزرگتر از -۳

۶ الف) بین دو عدد $\sqrt{13}$ و ۴ یک عدد گنگ بنویسید.
 ب) اگر $a = -2$ و $b = 2$ و $c = -4$ باشد حاصل عبارت زیر را بنویسید.
 $|a+b| + 5|c-b| =$

۷ اگر $x < 0$ و $y > 0$ باشد حاصل عبارت $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ برابر است.

۸ الف) آیا استدلال زیر درست است؟
 در هر مربع، ضلع‌ها باهم برابرند.
 چهار ضلعی ABCD مربع نیست.
 در چهار ضلعی ABCD ضلع‌ها با هم برابر نیستند.
 ب) در شکل مقابل O مرکز دایره است. نشان دهید $AD = BC$

۹ هر دو مربع دلخواه متشابه‌اند.
 درست نادرست

۱۰ الف) حاصل عبارت روبه‌رو را بدست آورید.

$$\sqrt{12} - \sqrt{75} + 4\sqrt{3} =$$

 ب) مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{7}{3\sqrt{5}}$$

 ج) عدد مقابل را با نماد علمی بنویسید.

$$0.000392 =$$

۱۱ ریشه سوم عدد ۱۲۵ برابر است.

۱۲ حاصل عبارت $3^{-1} + 2^{-1}$ کدام است؟
 الف) $\frac{1}{6}$ ب) $\frac{5}{6}$ ج) 5^{-1} د) 6^{-1}

- ۱۰ الف) برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. در هر قسمت پاسخ درست را مشخص کنید.
- توان، ریشه
- $$4^{-1} + 5^{-1} \begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \\ 9^{-1} \end{cases}$$

$$(-2)^3 \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \\ -8 \end{cases}$$
- ب) اندازه یک باکتری 0.000006 متر است. این عدد را با نماد علمی بنویسید.
- ۱۱ حاصل عبارت $\frac{15^{-4} \div 5^{-4}}{3}$ به صورت توان دار برابر است با:
- الف) ۳^۱ ب) ۳^{-۹} ج) ۳^{-۱} د) ۳^{-۹}
- ۱۲ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
- ۱۳ عدد ۴، ریشه سوم عدد است.
- عبارت های جبری
- ۱۴ الف) با استفاده از اتحادها در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
- $$(\dots + 5)^2 = 4x^2 \dots + 25$$

$$x^2 - \dots = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$
- ب) چند جمله ای زیر را تجزیه کنید.
- ۱۵ مجموعه جواب نامعادله زیر را بدست آورید.
- $$2b^3 - 2b =$$

$$\frac{3x-2}{5} \leq \frac{x-2}{3}$$
- ۱۶ درجه یک جمله ای $5xy^2z^3$ نسبت به همه ی متغیرهایش برابر است با:
- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۱ د) ۳
- خط، معادله های خطی
- ۱۷ الف) خط $y = 3x - 1$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.
- ب) معادله خطی را بنویسید که با خط $y = \frac{1}{4}x + 5$ موازی باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ بگذرد.
- ۱۸ الف) آیا نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 3x - 4$ قرار دارد؟
- ب) دستگاه مقابل را به روش جایگزینی حل کنید.
- $$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$
- ۱۹ خط $y = 5$ موازی محور عرض هاست.
- الف) درست ب) نادرست

- ۱ با توجه به نمودار مقابل:
- الف) زیر مجموعه ای از A بنویسید که عضوهایش عدد اول باشد.
- ب) مجموعه مقابل را با عضوهایش مشخص کنید.
-
- $A - (A \cap B) =$
- ۲ اگر تاس را دو بار بیندازیم:
- الف) همه حالت های ممکن چند عضو دارد؟
- ب) احتمال اینکه دو عدد رو شده مثل هم باشند چقدر است؟
- ۳ عبارت «عددهای بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ » یک مجموعه تهی را مشخص می کند.
- ۴ کدام گزینه نادرست است؟
- الف) $QUQ^c = \mathbb{R}$ ب) $Z \cap N = N$ ج) $Q - Z = N$ د) $Q \cap Q^c = \{ \}$
- عددهای حقیقی (کویا، گنگ، قدر مطلق)
- ۵ الف) نمایش اعشاری کسر $\frac{5}{18}$ متناوب است یا مختوم؟
- ب) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -1\}$ را روی محور نشان دهید.
- ج) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
- $$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$$
- ۶ اگر $x^2y < 0$ باشد، آنگاه $y < 0$ است.
- ۷ در شکل مقابل متوازی الاضلاع ABCD متوازی الاضلاع است. M و N و P و Q وسطهای اضلاع متوازی الاضلاع است. ثابت کنید $\overline{MN} = \overline{PQ}$
-
- ۸ در یک نقشه، مقیاس ۱ به ۳۰۰ است. فاصله دو نقطه در اندازه واقعی ۱۲۰۰ سانتی متر است. فاصله این دو نقطه روی نقشه چند سانتی متر است؟
- ۹ در مسئله «آیا در هر متوازی الاضلاع زاویه های روبه رو باهم برابرند» متوازی الاضلاع بودن شکل مسئله است.

۱ الف) مجموعه های $A = \{7, 2, 5, 4\}$ و $B = \{5, 8, 4, 6\}$ را در نظر بگیرید. سپس مجموعه زیر را با عضوهایش مشخص کنید.
 $(A \cup B) - (A \cap B) =$

ب) تمام زیر مجموعه های $C = \{x | x \in Z, -3x + 5 = 2\}$ را بنویسید.

۲ عبارت «سه عدد اول کمتر از ۱۰» یک مجموعه را مشخص نمی کنند.

۳ اگر خانواده‌ای دارای دو فرزند باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده دقیقاً یک پسر داشته باشد.

۴ الف) با توجه به مجموعه $A = \{x \in Q | 2 \leq x \leq 5\}$ ، عبارتهای درست را با علامت \checkmark و عبارتهای نادرست را با \times مشخص کنید

۱) $2/\sqrt{5} \in A$ ۲) $4/252252252 \dots \in A$ ۳) $\sqrt{10} \in A$

ب) دو عدد صحیح متفاوت مثال بزنید که به جای \square قرار دهیم نامساوی زیر برقرار باشد.

$|3 - 2 \times 4| > 2 + \square$

۵ اگر $m - n = 3$ باشد در این صورت $m > n$ است.

۶ اگر $|bc| = bc$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست می باشد؟

۱) $\frac{a}{bc} > 0$ ۲) $\frac{bc}{a^2} < 0$ ۳) $\frac{a^2}{bc} > 0$ ۴) $\frac{bc}{a} < 0$

۷ از نقطه M خارج از دایره دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کرده‌ایم. در زیر اثباتی آورده شده است که نشان می دهد اندازه این دو مماس باهم برابر هستند. (O مرکز دایره است)

الف) اشکال استدلال داده شده را بیابید و آن را اصلاح کنید.

اثبات: ابتدا همنهشتی دو مثلث OAM و OBM را اثبات می کنیم

$\left. \begin{matrix} OM = OM \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OB \end{matrix} \right\} \Rightarrow OAM \cong OBM \text{ (ض زض)}$

از تساوی اجزای متناظر این دو مثلث نتیجه می گیریم که $AM = BM$ می باشد.

ب) آیا می توان با استدلال مشابه، این خاصیت را به هر نقطه دیگر نیز تعمیم داد و گفت به طور کلی طول دو مماسی که از هر نقطه واقع در خارج دایره و بر دایره رسم می شود مساوی است؟ چرا؟

۸ فاطمه می خواهد عکس مستطیل شکلی را که از دوران بچگی اش به یادگار مانده و دارای طول ۱۸ سانتی متر و عرض ۱۲ سانتی متر است در اندازه بزرگتر چاپ کند. اگر تصویر جدید با تصویر قبلی متشابه باشد و اندازه عرض آن ۳۰ سانتی متر باشد. اندازه طول تصویر جدید چند سانتی متر است؟

۲۰ کدام یک از خطهای زیر شیب و عرض از مبدأ منفی دارد؟

الف) ب) ج) د)

۲۱ الف) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$\frac{a^2 + 5a + 6}{a-1} \div \frac{a+2}{a-1} =$

ب) دو عبارت گویا بنویسید که حاصل جمع آنها $\frac{a-3}{a+5}$ شود.

۲۲ تقسیم زیر را انجام دهید.

$x^2 - 3x^2 - 10 \div x^2 - 5$

۲۳ عبارت $\frac{x+y}{x-3}$ به ازای x مساوی تعریف نشده است.

۲۴ مثلث قائم الزاویه مقابل را حول ضلع ۳cm دوران داده‌ایم:

الف) نام شکل حاصل را بنویسید.

ب) حجم آن را به دست آورید.

۲۵ می خواهیم یک نیم کره چوبی توپر به شعاع ۸cm را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت رنگ شده را به دست آورید.

۲۶ اگر قاعده‌های دو هرم هم مساحت باشند، حجم آنها مساوی است.

۲۷ اگر قاعده هرمی یک مربع باشد این هرم تا وجه جانبی دارد.

۹ الف) شعاع زمین حدود ۶۵۰۰۰۰۰ متر است. این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.
ب) حاصل عبارت روبرو را ساده کنید.
ج) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

۰/۱۵ $\sqrt{80} - \sqrt{45} =$
۰/۱۵ $\frac{y}{\sqrt[3]{3}} =$

۱۰ در جاهای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.
الف) $|\sqrt{3}| + |-2| \square |\sqrt{3} - 2|$ ب) $\sqrt[3]{-4} \square -\sqrt[3]{4}$ ج) $3^{-1} \square 3^{-1}$

۱۱ الف) حاصل عبارت زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

۱ $997 \times 1003 =$
۰/۱۵ $x^2 - 11x + 24 =$

۱۲ الف) نا معادله مقابل را حل کنید.
ب) مجموعه جواب این نامعادله را بر روی محور عددهای حقیقی نشان دهید.

۰/۱۲۵ $3(x-4) + 5 < 3 - 2x$
۰/۲۵ درست نادرست

۱۴ درجه یک جمله ای $\Delta x^2 y^4 z^3$ نسبت به متغیر x و y می باشد.

۱۵ با توجه به شکل مقابل:



۱۶ الف) مختصات محل برخورد خط به معادله $2x + 3y = 6$ را با محور طولها بیابید.

ب) معادله خطی را بنویسید که موازی محور y ها باشد و از نقطه $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ بگذرد.

۱۷ دستگاه مقابل را حل کنید.

۱
$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

۱۸ خط $y = -x + 3$ از مبدأ مختصات می گذرد.
۱۹ رابطه بین اندازه ضلع مربع و محیط آن یک رابطه خطی است.

۱۶ آیا می دانید عدد ۶ به هر توان طبیعی برسد ، رقم یکان حاصل ۶ و رقم دهگانش فرد است و اگر این عدد را نصف کنیم رقم یکان آن همیشه ۸ هست !

۲۰ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و نتیجه را ساده کنید (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است)

۰/۱۲۵ الف) $\frac{-3x}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} =$
۰/۱۲۵ ب) $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} =$

۲۱ خارج قسمت و باقیمانده تقسیم عبارت $8x - x^2 - 12$ را بر عبارت $x + 6$ به دست آورید.

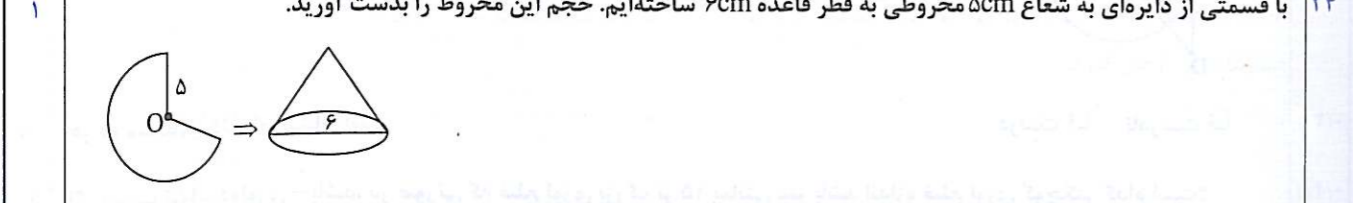
۲۲ هریک از عبارت های داده شده در ستون سمت چپ را به عبارت مساوی در ستون سمت راست وصل کنید.
(یک عبارت در سمت راست اضافه است)

ستون سمت راست		ستون سمت چپ	
الف	$\frac{4-x}{-4-x}$	۱	$\frac{x-4}{x+4}$
ب	$\frac{x+4}{-4+x}$	۲	$\frac{x-4}{4-x}$
ج	۱	۳	$\frac{x+4}{4-x}$
د	-۱		

۲۳ کدام یک از عبارت های گویای زیر قابل ساده شدن است (در تمام گزینه ها مخرج کسرها مخالف صفر است)

۰/۱۲۵ $\frac{a^2-5}{a^2}$ (۱) $\frac{a^2+4}{4}$ (۲) $\frac{a^2+b^2}{b^2}$ (۳) $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ (۴)

۲۴ با قسمتی از دایره ای به شعاع ۵cm مخروطی به قطر قاعده ۶cm ساخته ایم. حجم این مخروط را بدست آورید.



۲۵ در کره ای به شعاع a نسبت حجم کره به سطح کل $(\frac{V}{S})$ را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است)

۲۶ اگر شعاع کره ای را دو برابر کنیم، مساحت آن برابر می شود.

۱۷ آیا می دانید عدد ۶ به هر توان طبیعی برسد ، رقم یکان حاصل ۶ و رقم دهگانش فرد است و اگر این عدد را نصف کنیم رقم یکان آن همیشه ۸ هست !

۱۷
$$\begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

۱۸ خط $y = -x + 3$ از مبدأ مختصات می گذرد.
۱۹ رابطه بین اندازه ضلع مربع و محیط آن یک رابطه خطی است.

۱۶ آیا می دانید عدد ۶ به هر توان طبیعی برسد ، رقم یکان حاصل ۶ و رقم دهگانش فرد است و اگر این عدد را نصف کنیم رقم یکان آن همیشه ۸ هست !

	امتحان شماره ۷	به نام خداوند جان آفرین سوالات امتحان هماهنگ نوبت دوم استان اصفهان (خردادماه ۱۳۹۵)	مدت : ۱۲۰ دقیقه
۱	الف) مجموعه روبه رو را با اعضایش مشخص کنید.	ب) اگر $B = \{-۸, ۷, ۴, -۳\}$ و $C = \{۴, ۹, -۸, ۱\}$ مجموعه $B - C$ را بنویسید.	۰/۱۵
۲	با توجه به شکل قسمت $(A \cap B) \cup C$ را هاشور بزنید.		۰/۱۵ ۰/۱۷۵
۳	اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، چقدر احتمال دارد این خانواده دقیقاً دو پسر داشته باشد؟		۰/۲۵
۴	الف) مجموعه روبه رو را روی محور نمایش دهید.	ب) عددی وجود دارد که هم گویا و هم گنگ باشد.	۰/۱۵ ۰/۲۵
۵	هر عدد صحیح یک عدد گویا است.	اجتماع عددهای گویا و عددهای اصم را مجموعه عددهای می‌نامیم.	۰/۲۵
۶	در شکل مقابل O مرکز دایره است و BC و AD بر دایره مماس است. ثابت کنید $AD = BC$		۰/۲۵
۷	هر دو مستطیل دلخواه متشابه است.		۰/۲۵
۸	اگر نسبت تشابه دلولوزی $\frac{2}{3}$ باشد، در صورتی که ضلع لوزی بزرگ تر ۱۵ سانتی متر باشد اندازه ضلع لوزی کوچکتر کدام است؟		۰/۲۵
۹	الف) حاصل عبارت روبه رو را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.		۰/۱۵
۱۰	ب) عبارت روبه رو را ساده کنید.		۰/۱۷۵
۱۱	ج) مخرج کسر روبه رو را گویا کنید.		۰/۱۵
۱۲	د) حاصل عبارت رو به رو را بدست آورید.		۰/۱۷۵

	امتحان شماره ۷	به نام خداوند جان آفرین سوالات امتحان هماهنگ نوبت دوم استان اصفهان (خردادماه ۱۳۹۵)	مدت : ۱۲۰ دقیقه
۱۲	کدام گزینه نماد علمی عدد $۷۵۲/۳ \times ۱۰^{-۳}$ است؟		۰/۲۵
۱۳	مساحت شکل زیر را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.		۰/۱۷۵
۱۴	الف) با استفاده از اتحاد عبارت زیر را ساده کنید.		۰/۱۷۵
۱۵	دو خط $x = ۲$ و $y = \frac{1}{۲}x - ۲$ را در یک دستگاه رسم کنید.		۱
۱۶	الف) معادله خطی را بنویسید که با خط $y = -۲x + ۲$ موازی و از نقطه $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۳ \end{bmatrix}$ عبور کند.		۰/۱۵
۱۷	ب) شیب خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$ می‌گذرد را به دست آورید.		۰/۱۵
۱۸	در معادله خط $y = ax + b$ ، $a < ۰$ و $b > ۰$ کدام شکل می‌تواند رسم شده این معادله باشد.		۰/۲۵

عبارت های گویا

۱۹ الف) عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{-5x^2y^2}{10x^2y^4}$$

ب) حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{m^2 - 36}{m^2 + 6m + 9} \div \frac{6+m}{m+3}$$

ج) حاصل تفریق زیر را بنویسید

$$\frac{5}{x(x+1)} - \frac{3x}{x+1}$$

۲۰ خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را بدست آورید.

$$x^3 - 2x^2 - 1 \div x - 2$$

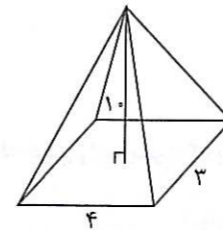
۲۱ عبارت $\frac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$ به ازای همه اعداد تعریف شده است.

درست نادرست

حجم، مساحت

۲۲ الف) حجم یک کره به شعاع ۳ سانتی متر چند سانتی متر مکعب است؟ (نوشتن فرمول الزامی است)

ب) حجم شکل زیر را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامی است)



۲۳ مساحت یک کره به شعاع ۲ برابر است.

۲۴ از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع زاویه قائمه اش به وجود می آید.

مجموعه ها (اجتماع، اشتراک، تفاضل) احتمال

۱ با توجه به شکل به سؤال های زیر پاسخ دهید.

الف) مجموعه A چند عضوی است؟

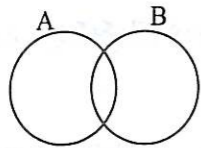
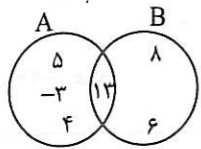
ب) مجموعه B - A را با اعضا بنویسید. $B - A = \{ \quad \}$

پ) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$8 \in A$

$A \subseteq B \cup A$

۲ در شکل مقابل $A \cap B$ را هاشور بزنید.



۳ آقا وحید دارای ۳ فرزند است، چقدر احتمال دارد ایشان دقیقاً دارای ۲ دختر باشد؟

۴ تعداد زیر مجموعه های $\{5, -3, 2\}$ چند تاست؟

۳ (د)

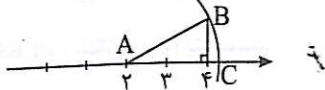
۶ (ج)

۸ (ب)

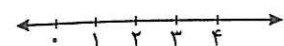
۷ (الف)

عددهای حقیقی (گویا، لنگ، قدر مطلق)

۵ الف) در شکل زیر به مرکز A و شعاع AB یک کمان زدیم نقطه C چه عددی را نمایش می دهد؟



ب) مجموعه $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 3\}$ را روی محور زیر نمایش دهید.



$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$$

۶ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۷ اگر $x = -5$ باشد حاصل $|x - 7|$ برابر است با:

۱۲ (د)

-۲ (ج)

۲ (ب)

-۱۲ (الف)

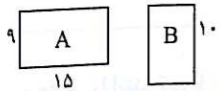
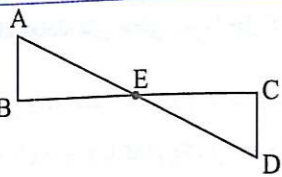
استدلال، اثبات، تشابه

۸ برای سوال زیر فقط داده ها (فرض ها) و خواسته (حکم) را بنویسید. (اثبات لازم نیست).

در شکل مقابل E وسط پاره خط های AD و BC است. ثابت کنید:

دو مثلث ABE و ECD همبهبشت هستند.

۹ در شکل مقابل دو مستطیل A و B متشابه هستند، عرض مستطیل کوچکتر را بدست آورید.



توان، ریشه

۱۰ الف) حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$\frac{7^{-11} \times 14^9}{7^4 \div 7^6} =$$

ب) عدد 253000000 را با نماد علمی نمایش دهید.

فصل اول

تعریف مجموعه، هر دسته «کاملاً مشخص» و «غیرتکراری» از اشیاء را یک مجموعه می‌نامیم

مجموعه‌ها را با حروف انگلیسی بزرگ مثل A و B و C و... نام‌گذاری می‌کنند.

دانش‌آموز گرامی دقت کن که تعریف‌های زیر یک مجموعه را مشخص نمی‌کنند.

- اعداد خیلی بزرگ
- چهار عدد فرد متوالی
- سه عدد زوج متوالی
- گل‌های زیبا

عناصری که یک مجموعه را تشکیل می‌دهد، اعضای مجموعه نامیده می‌شوند. عضوهای یک مجموعه را داخل {} قرار می‌دهند که به این علامت «آکلاده» می‌گویند.

اگر a عضوی از مجموعه A باشد، آن را به صورت $a \in A$ و اگر b به مجموعه A تعلق نداشته باشد، آن را به صورت $b \notin A$ نشان می‌دهند.

در مجموعه‌ها، ترتیب نوشتن اعضا مهم نیست، یعنی با جابه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه‌ی جدیدی مشخص نمی‌شود. برای مثال اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۷ را می‌توان به صورت $\{2, 4, 6\} = \{4, 2, 6\} = \{6, 4, 2\}$ نشان داد.

دقت کنید عضوهای تکراری فقط یک عضو حساب می‌شوند، به طور مثال $A = \{2, 3, \sqrt{4}, 5\}$ سه عضو دارد، زیرا $\sqrt{4}$ همان ۲ می‌باشد که یکبار حساب شده است.

صورت‌های مختلف یک مجموعه :

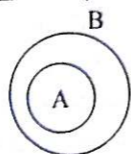
هر مجموعه را می‌توان به سه صورت نمایش داد.

(۱) نمایش هندسی (نمودار ون)

به طور مثال دو مجموعه $A = \{3, 5, 10\}$ و $B = \{\sqrt{9}, \frac{20}{2}, \frac{20}{4}\}$ باهم مساویند. ولی دو مجموعه $C = \{3, 5\}$ و $D = \{3, 4\}$ باهم مساوی نیستند. زیرمجموعه:

مجموعه A را زیرمجموعه B می‌گوئیم در صورتی که تمام عضوهای A در B باشد و آنرا با نماد $A \subseteq B$ نشان می‌دهند.

به عنوان مثال اگر $A = \{3, 7\}$ و $B = \{1, 5, 3, 7\}$ باشد: $A \subseteq B$



ولی اگر $C = \{3, 5\}$ و $D = \{1, 5, 7\}$ باشد، آنگاه مجموعه C زیرمجموعه D نیست، زیرا عدد ۳ عضو C هست، ولی عضو D نیست. این مطلب را به زبان ریاضی به صورت $C \not\subseteq D$ نشان می‌دهند.

هر مجموعه زیرمجموعه‌ی خودش هست مثلاً $A \subseteq A$ و $B \subseteq B$ و مجموعه تهی، زیرمجموعه‌ی همه‌ی مجموعه‌ها می‌باشد، $\emptyset \subseteq B$

اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، حتماً $A = B$

دو نکته مهم در مورد مقسوم‌علیه‌ها و مضارب اعداد:

۱- اگر A مجموعه‌ی شمارنده‌های ۲۴ و B مجموعه‌ی شمارنده‌های ۱۲ باشد، آنگاه $B \subseteq A$

۲- اگر A مجموعه‌ی مضارب عدد ۲۴ و B مجموعه‌ی مضارب عدد ۱۲ باشد، آنگاه $A \subseteq B$

تعداد زیرمجموعه‌های n عضوی از یک مجموعه Π عضو برابر است با:

$$2^n$$

تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی از یک مجموعه Π عضو برابر است با:

$$2^3 = 8$$

تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی از یک مجموعه Π عضو برابر است با:

$$2^4 = 16$$

الگوی بالا را می‌توانید برای بقیه هم بسازید!!
نمایش توصیفی (با علائم ریاضی)

در این روش، یک متغیر را به عنوان نماینده‌ی اعضای مجموعه انتخاب می‌کنیم و عضوهای مجموعه‌ی مورد نظر را با توصیفی به آن متغیر، نسبت می‌دهیم. اما لازم است مجموعه‌هایی که در سال قبل با آنها آشنا شده‌اید را یکبار دیگر یادآوری کنیم:

مجموعه‌ی اعداد طبیعی که با \mathbb{N} نشان می‌دهیم: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه‌ی اعداد حسابی که با حرف W نشان می‌دهیم:

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعه‌ی اعداد صحیح که با حرف Z نشان می‌دهیم:

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مثال: مجموعه‌ی $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ را به صورت توصیفی می‌توان بصورت‌های زیر نشان داد:

$$A = \{x \mid x \in Z, -4 < x < 2\}$$

$$A = \{x \mid x \in Z, -2 \leq x \leq 2\}$$

$$A = \{x \mid x \in Z, -2 \leq x < 2\}$$

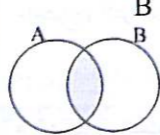
چون عالم سخن شما و یا مجموعه‌ی مرجع اعداد طبیعی می‌باشد و هر عددی که طبیعی نباشد، جزء بحث شما نیست.

متمم یک مجموعه :

متمم مجموعه‌ی A که آن را با A' نشان می‌دهیم، مجموعه‌ای است که عضوهای آن در M باشد ولی در A نباشد. به طور مثال وقتی در مورد اعداد طبیعی کوچکتر از ۷ حرف می‌زنیم مجموعه‌ی مرجع $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ حالا اگر بگوئیم $A = \{2, 3\}$ بنابراین A' می‌شود. عضوهای مجموعه‌ی M به جز ۲ و ۳ یعنی $A' = \{1, 4, 5, 6\}$

اشتراک دو مجموعه :

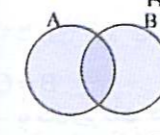
اشتراک دو مجموعه‌ی A و B که آن را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم مجموعه‌ای است که عضوهای آن هم در A باشند و هم در B



$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$

اجتماع دو مجموعه:

اجتماع دو مجموعه‌ی A و B که آنرا با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم: مجموعه‌ای است که عضوهای آن یا در A باشند یا در B



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

به طور مثال: اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 5, 7\}$ در این صورت:

$$A \cap B = \{2, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$



دانش‌آموزان عزیز، اولیای گرامی و معلمان گرانقدر!

در صورت تمایل پاسخ پرسشنامه‌ی زیر را با ذکر شماره سوال به شماره زیر پیامک نمایید.

۱. نقاط ضعف و قوت جزوه‌های کمک آموزشی اسفندیار را در چه می‌بینید؟

۲. در صورت مشاهده اشکال شماره صفحه؟ شماره سوال؟

۳. چه پیشنهادی برای بهتر شدن جزوه‌ها دارید؟

شماره‌های پیامکی: ۳۰۰۰۹۹۰۰۰۰۲۶۲۸

۲) نمایش تفضیلی (با عضوها)
 ۳) نمایش توضیفی (با علائم ریاضی)

نمودار ون (نمایش هندسی)
 در این روش عضوهای مجموعه را داخل یک منحنی بسته قرار می‌دهند.

A

۲

-۳

۱

نمایش تفضیلی:

$$A = \{-3, 0, 1, 2\}$$

$$B = \{-1, 0, 1, 2\}$$

در روش تفضیلی، اعضای مجموعه را با کاما داخل آکلاذ قرار می‌دهند.

اگر تعداد عضوهای یک مجموعه قابل شمارش باشد، آن مجموعه را «متناهی» یا «با پایان» می‌گویند و اگر تعداد عضوهای یک مجموعه غیر قابل شمارش باشد، آن را «نامتناهی» یا «بی‌پایان» می‌نامیم. به طور مثال مجموعه اعداد طبیعی زوج چهار رقمی با پایان است زیرا: $\{1000, 1002, 1004, \dots, 9998\}$ ولی مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۱۰ بی‌پایان است، زیرا: $\{11, 12, 13, 14, \dots\}$

یادآوری: نماد « \dots » یعنی عضوها با همین الگو ادامه پیدا می‌کنند.

مجموعه تهی: مجموعه‌ای که عضو نداشته باشد، مجموعه تهی نامیده می‌شود و آن را با نماد $\{\}$ یا \emptyset نشان می‌دهند.

نکته مهم: دقت کنید مجموعه $\{\emptyset\}$ تهی نیست، بلکه یک عضو دارد.

تساوی دو مجموعه: دو مجموعه A و B در صورتی مساوی می‌گویند که هر عضو A ، عضو B باشد و هر عضو B نیز عضو A باشد.

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه، اگر A یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر است با 2^n .

مثال: همهٔ زیرمجموعه‌های $A = \{3, 5, 7\}$ را بنویسید:
 حل) می‌دانیم تعداد آن‌ها $2^3 = 8$ تا می‌باشد، فرض می‌کنیم B زیرمجموعه‌ای از A باشد، تمام حالت‌های B به صورت زیر است:
 $B_1 = \{\}$ $B_2 = \{3\}$ $B_3 = \{5\}$ $B_4 = \{7\}$ $B_5 = \{3, 5\}$
 $B_6 = \{3, 7\}$ $B_7 = \{5, 7\}$ $B_8 = \{3, 5, 7\}$

مثال: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n + 5$ عضوی چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n - 1$ عضوی است: 64 برابر زیرا:

$$\frac{2^{n+5}}{2^{n-1}} = \frac{2^n \times 2^5}{2^n \times 2^{-1}} = 2^6 = 64$$

زیرمجموعه محض:
 همه‌ی زیرمجموعه‌های یک مجموعه به جز، خود مجموعه را زیرمجموعه‌های محض آن مجموعه می‌نامند.

تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه n عضوی برابر است با: $2^n - 1$

به طور مثال: یک مجموعه 5 عضوی 31 زیرمجموعه محض دارد، زیرا:
 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$

اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ باشد، حتماً $A \subseteq C$
 اگر $A \not\subseteq B$ و $A \not\subseteq C$ نمی‌توان گفت $B \not\subseteq C$ و $C \not\subseteq A$ مانند نمودار مقابل:

احتمال وقوع هر پیشامدی مانند A ، عددی از صفر تا یک است: $0 \leq P(A) \leq 1$

اگر احتمال وقوع پیشامد A ، صفر باشد، آنرا پیشامد «غیرممکن» یا «شدنی» می‌نامیم. به طور مثال در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد 7 ظاهر شود (صفر) است.

در یک فضای نمونه‌ای غیرتهی، اگر احتمال رخ دادن پیشامد A (یک) باشد آنرا پیشامد «حتمی» می‌نامیم یعنی اگر تعداد حالت‌های مطلوب با تعداد کل حالت‌های فضای نمونه‌ای مساوی باشد، در این صورت قطعاً آن پیشامد رخ خواهد داد. به طور مثال در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد ظاهر شده کمتر از 7 باشد می‌شود (یک) زیرا هر 6 حالت قابل قبول است:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{6} = 1$$

فصل دوم

روش نوشتن چند کسر بین دو کسر:
 همانطور که می‌دانید بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. برای این کار معمولاً از یکی از چهار روش زیر می‌توانید استفاده کنید.

روش اول: هم مخرج کردن: برای اینکار ابتدا ک.م.م مخرج‌ها را بدست می‌آوریم و کسرهای را هم‌مخرج می‌کنیم، اگر فاصله بین صورت‌ها کم بود و می‌خواستیم n عدد گویا بین آنها بنویسیم، صورت و مخرج‌ها را در $n + 1$ ضرب می‌کنیم.

مثال: بین دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ پنج عدد گویا بنویسید.

به مثال زیر دقت کنید:
 $A = \{2, 3, 5\}$ $B = \{3, 9\}$ $C = \{3, 11\}$
 $A \cap B = \{3\}$ $B \neq C$ ولی $A \cap C = \{3\}$

تفاضل دو مجموعه:
 مجموعه $A - B$ (می‌خوانیم A منهای B) مجموعه‌ای است که عضوهای آن در A باشد، ولی در B نباشد.
 $A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$
 دقت کنید که $B - A$ مجموعه‌ای است که عضوهای آن در B باشد ولی در A نباشد.

به طور مثال:
 $A = \{3, 7\}$ $A - B = \{7\}$
 $B = \{2, 3, 5\}$ $B - A = \{2, 5\}$

در تست‌ها دقت کنید همیشه $A - B$ زیرمجموعه‌ی A می‌باشد. دو مجموعه‌ی جدا از هم:
 دو مجموعه A و B را جدا از هم می‌گویند در صورتی که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند یعنی: $A \cap B = \emptyset$

اگر دو مجموعه A و B جدا از هم باشند، در این صورت:
 $A - B = A$ $B - A = B$
 عدد اصلی یک مجموعه:

تعداد عضوهای یک مجموعه‌ی متناهی (با پایان) مانند A را عدد اصلی مجموعه‌ی A می‌گویند و با $n(A)$ نشان می‌دهند. بدیهی است که $n(\emptyset) = 0$

مثال: $B = \{1, 2, 3, \dots, 100\} \Rightarrow n(B) = 100$
 $A = \{2, 4, 7\} \Rightarrow n(A) = 3$

مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج را با (E) و مجموعه اعداد طبیعی فرد را با (O) نمایش می‌دهیم:
 $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$
 $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$

دقت کنید به جای x می‌توانید از هر حرف دیگر مانند (K) یا (n) هم استفاده کنید.

مجموعه‌ی مضرب‌های عدد طبیعی عدد 25 را به صورت زیر نشان می‌دهیم:
 $\{25K \mid K \in \mathbb{N}\} = \{25, 50, 75, \dots\}$

مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد 25 را بصورت زیر نشان می‌دهیم:
 $\{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{25}{x} \in \mathbb{N}\} = \{1, 5, 25\}$

مجموعه اعداد $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ به زبان ریاضی به صورت $\{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$ نشان داده می‌شود که همان مربعات اعداد طبیعی است.

مجموعه‌ی اعداد گویا را با حرف Q نشان می‌دهیم که شامل تمام اعداد صحیح و تمام کسرهای متعارفی (مثبت و منفی و صفر) است.

و به زبان ریاضی بصورت زیر است:
 $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

دقت کنید: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

مجموعه مرجع: در هر بحث ریاضی، مجموعه‌ای که شامل مجموعه‌های دیگر باشد، مجموعه‌ی مرجع نامیده می‌شود و با حرف (M) آن را نشان می‌دهیم به طور مثال وقتی می‌گویند اعداد طبیعی بین 3 و 5 را بنویسید، پاسخ شما $\{4\}$ می‌باشد. با این که عدد هایی مثل $3/5$ و $3/2$ و $4/9$... بین 3 و 5 هستند، ولی آن‌ها را نمی‌نویسید.

اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه:
 الف) اجتماع این دو می‌شود $A \cup B = B$
 ب) اشتراک آنها می‌شود $A \cap B = A$

نکات مربوط به اجتماع و اشتراک:
 $B \cup B = B$ اجتماع هر مجموعه‌ای مانند B با خودش، B می‌شود.
 $B \cap B = B$ اشتراک هر مجموعه‌ای مانند B با خودش، B می‌شود.
 $B \cap \emptyset = \emptyset$ اشتراک هر مجموعه‌ای مانند B با تهی، می‌شود تهی.
 $B \cup \emptyset = B$ اجتماع هر مجموعه‌ای مانند B با تهی، می‌شود B .
 $A \cup B = B \cup A$ اجتماع و اشتراک دو مجموعه خاصیت جابه‌جایی دارد:
 $A \cap B = B \cap A$ اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها خاصیت شرکت‌پذیری دارند:
 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

«اجتماع نسبت به اشتراک» و «اشتراک نسبت به اجتماع» خاصیت پخش‌ی (توزیع‌پذیری) دارد:
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

دقت کنید که اگر $A \cup B = A \cup C$ باشد، نمی‌توانید نتیجه بگیرید $B = C$

به مثال زیر دقت کنید:
 $A = \{2, 3, 5\}$ $B = \{3, 7\}$ $C = \{2, 7\}$
 $A \cup B = \{2, 3, 5, 7\}$ ولی $B \neq C$
 $A \cup C = \{2, 3, 5, 7\}$
 دقت کنید اگر $A \cap C = A \cap B$ باشد، نمی‌توانید نتیجه بگیرید $B = C$

این دسته از کسرهای خود به دو دسته تقسیم می‌شوند: «متناوب ساده» و «متناوب مرکب»

متناوب ساده: در برخی از آنها هنگام تبدیل به نماد اعشاری بلافاصله بعد از ممیز دوره‌ی گردش آغاز می‌شود مانند $\frac{2}{3} = 0.6666\dots$ که آن را به صورت $\frac{2}{3} = 0.\bar{6}$ نشان می‌دهند.

متناوب مرکب: در بعضی دیگر از کسرهای هنگام تقسیم صورت بر مخرج بلافاصله بعد از ممیز، دوره‌ی گردش آغاز نمی‌شود، بلکه یک یا چند رقم می‌آیند و سپس دوره‌ی گردش آغاز می‌گردد مانند $\frac{16}{45} = 0.3555\dots$ که آن را بصورت $\frac{16}{45} = 0.3\bar{5}$ نشان می‌دهند.

برای اینکه بدون عمل تقسیم کردن تشخیص دهیم که نماد اعشاری یک کسر «متناوب ساده» یا «مرکب» است به این ترتیب عمل می‌کنیم که ابتدا کسرهای را تا حد امکان ساده می‌کنیم سپس مخرج را تجزیه می‌کنیم، اگر در تجزیه مخرج عامل‌های 2 و 5 نباشد و عدد‌های اولی به جز 2 و 5 باشد، عدد اعشاری مربوط به آنها «متناوب ساده» است و اگر در تجزیه‌ی مخرج عامل‌های 2 یا 5 یا هر دو باشند و علاوه بر آن‌ها عدد یا اعداد اول دیگری هم باشد عدد اعشاری مربوط به آن «متناوب مرکب» خواهد بود.

مثال:
 ابتدا بدون عمل تقسیم صورت بر مخرج مشخص کنید نماد اعشاری کدام یک از کسرهای $\frac{4}{18}$ و $\frac{21}{45}$ یا (مختوم) یا (متناوب ساده) و یا (متناوب مرکب) است سپس با کمک ماشین حساب آن‌ها را به صورت اعشاری بنویسید.

روش سوم، استفاده از میانگین دو کسر:
 چون می‌دانیم میانگین دو عدد همواره عددی بین آن دو می‌باشد، می‌توانید دو کسر داده شده را باهم جمع کرده و حاصل را بر 2 تقسیم کنید.

مثال: بین دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ یک عدد گویا بنویسید:

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{2} = \frac{\frac{8+9}{12}}{2} = \frac{17}{24}$$

عدد $\frac{17}{24}$ دقیقاً بین آنها قرار دارد.

همانطور که ملاحظه کردید این روش محاسبه لازم دارد و اگر بخواهید چند عدد گویا بین دو کسر بنویسید، زمان بیشتری صرف خواهد شد.

روش چهارم، جمع صورت‌ها با هم و جمع مخرج‌ها با هم، یکی از ساده‌ترین روش‌هایی که می‌توانید بین دو کسر متعارفی، هر چند کسر دلخواه را بنویسید، این است که صورت‌ها را باهم و مخرج‌ها را باهم جمع کنید: به زبان ریاضی:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \quad (b, d \neq 0) \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

به طور مثال: بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ یک کسر بنویسید.

مثال: $\frac{2}{3} < \frac{2+3}{3+4} < \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{5}{7}$

دقت کنید هر چند که دوست داشتید می‌توانید این عمل را تکرار کنید تا تعداد کسرهای بیش‌تری را به دست آورید.

انواع عددهای اعشاری و تبدیل کسر به عدد اعشاری، هر عدد گویا را می‌توان به دو صورت عدد اعشاری «مختوم» یا «متناوب» نوشت.

مجموعه‌ها و احتمال :

آزمایش قطعی، آزمایشی است که نتیجه‌ی آن بطور یقین، قبل از انجام آزمایش کاملاً مشخص است. مثال: سکه‌ای که دورویش خط حک شده است را پرتاب کنید حتماً خط می‌آید.

آزمایش تصادفی، آزمایشی است که قبل از انجام آن، نتیجه را بطور قطع نتوان پیش‌بینی کرد. اگرچه مجموعه کل نتیجه‌های ممکن مشخص است.

به طور مثال می‌دانیم هر سکه دو رو دارد (شیر یا خط) ولی نمی‌دانیم در هر پرتاب کدام نتیجه قطعی می‌شود.

فضای نمونه: مجموعه‌ی کل حالت‌های ممکن در محقق شدن یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه می‌نامیم و با حرف (S) و تعداد آنرا با n(S) نشان می‌دهیم.

به طور مثال: فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

دقت کنید که فضای نمونه در حالت کلی دو دسته گسسته و پیوسته دارد که امسال فقط با فضای نمونه‌ای گسسته آشنا می‌شوید.

تعریف احتمال، اگر بتوان به هر پیشامد از فضای نمونه‌ی حاصل از یک پیشامد تصادفی، عددی حقیقی و نامنفی کوچکتر یا مساوی یک نسبت داد که بیان‌گر میزان اطمینان و نوع آن پیشامد باشد، آن عدد را احتمال وقوع آن پیشامد می‌نامیم.

- احتمال وقوع پیشامد A را با نماد P(A) نمایش می‌دهیم.

- احتمال وقوع هر پیشامد مانند A از رابطه زیر حساب می‌شود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

تعداد حالت‌های مطلوب / احتمال رخدادن پیشامد A

تعداد کل حالت‌های ممکن

همانطور که مشخص است ک.م.م. مخرج‌ها ۱۲ می‌باشد و دو کسر داده شده تبدیل به $\frac{9}{12}$ و $\frac{8}{12}$ می‌شوند و اگر صورت و مخرج آنها را در ۶ ضرب کنیم، تبدیل به $\frac{54}{72}$ و $\frac{48}{72}$ می‌شوند و ۵ کسر بین آنها را به راحتی می‌توانید بنویسید.

$$\frac{48}{72} < \frac{49}{72} < \frac{50}{72} < \frac{51}{72} < \frac{52}{72} < \frac{53}{72} < \frac{54}{72}$$

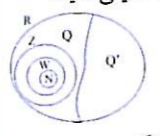
روش دوم: هم‌صورت کردن کسرها: برای اینکار می‌توانید ک.م.م. صورت‌ها را بیابید و سپس کسرهای مساوی با آنها را بنویسید و اگر فاصله بین صورت‌ها کم بود مجدداً در (n+1) ضرب کنید.

مثال: بین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ دو عدد گویا بنویسید:

همانطور که مشخص است ک.م.م. صورت‌ها عدد ۶ می‌باشد پس دو کسر تبدیل به $\frac{6}{8}$ و $\frac{6}{9}$ می‌شوند و اگر صورت و مخرج آنها را در ۳ ضرب کنید، تبدیل به $\frac{18}{24}$ و $\frac{18}{27}$ می‌شوند و به راحتی می‌توانید دو کسر در بین آنها بنویسید:

$$\frac{18}{27} < \frac{18}{26} < \frac{18}{25} < \frac{18}{24}$$

مجموعه‌ی متشکل از اعداد گویا و گنگ را مجموعه اعداد حقیقی نامیده و آنرا با \mathbb{R} نشان می‌دهیم. $QUQ' = \mathbb{R}$



به طور کلی می‌توان گفت هر عدد حقیقی یا گویاست یا گنگ.

مجموعه‌ی اعداد گویا و مجموعه‌ی اعداد گنگ هیچ عضو مشترکی ندارند.

$$Q \cap Q' = \emptyset$$

هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است و برعکس، هر عدد حقیقی که گنگ نباشد، گویاست.

تمام اعداد حقیقی را می‌توان روی یک محور نمایش داد، یعنی هر نقطه از محور، متناظر با یک عدد حقیقی است.

حاصل جمع هر عدد گویا با هر عدد گنگ، عددی گنگ است، مثلاً $\sqrt{2}$ گنگ است پس $3 + \sqrt{2}$ و $-5 + \sqrt{2}$ و $-1 + \sqrt{2}$ نیز گنگ هستند.

حاصل ضرب هر عدد گویای غیر صفر، در هر عدد گنگ، عددی گنگ است مثلاً $\sqrt{5}$ گنگ است، پس $3\sqrt{5}$ و $\frac{\sqrt{5}}{3}$ نیز گنگ هستند.

نکته مهم:

دانش آموز گرامی دقت کنید گاهی در تست‌ها بیان می‌شود که «حاصل ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، عددی گنگ است» که این جمله نادرست است، زیرا عدد صفر گویاست و در هر عدد گنگ ضرب شود، پاسخ صفر می‌شود که عددی گویاست.

مجموع دو عدد گویا، گویاست.

ب) در صورتی که عدد اعشاری «متناوب ساده» باشد، عدد صحیح آن را کنار کسر نوشته و سپس ارقام دوره گردش را در صورت کسر نوشته و در مخرج به تعداد دوره گردش ۹ می‌گذاریم. مثال: $\frac{29}{33} = 3 \frac{29}{33}$ ساده $\frac{29}{33}$

$$\frac{3}{87} = 3 \frac{3}{87} = 3 \frac{1}{29}$$

$$\frac{13}{99} = 0 \frac{13}{99}$$

$$\frac{7}{999} = 0 \frac{7}{999}$$

$$\frac{4}{9} = 2 \frac{4}{9}$$

ج) در صورتی که عدد اعشاری «متناوب مرکب» باشد، به این ترتیب عمل می‌کنیم که، عدد صحیح را نوشته و خط کسری قرار می‌دهیم سپس در صورت کسر، تمام ارقام بعد از ممیز را منهای ارقام غیر گردش می‌کنیم و در مخرج به تعداد ارقام دوره‌ی گردش ۹ و به تعداد ارقام غیر گردش جلوی آن رقم ۵ قرار می‌دهیم. مثال:

$$\frac{89}{495} = 3 \frac{178}{495} = 3 \frac{179-1}{990}$$

$$\frac{23}{90} = \frac{25-2}{90}$$

$$\frac{41}{110} = \frac{369-2}{990} = \frac{371}{990}$$

$$\frac{67}{198} = \frac{335-27}{990} = \frac{332}{990}$$

عدد اعشاری مختموم (متناهی): دسته اول کسرهایی هستند که به هنگام تقسیم صورت بر مخرج، به باقی‌مانده صفر می‌رسیم و عمل تقسیم در مرحله‌ای متوقف می‌شود مانند $\frac{3}{5} = 0/6$ یا $\frac{9}{8} = 1/125$

به طور کلی اگر کسرها را تا حد امکان ساده کنید و سپس مخرج آنها را تجزیه کنید و فقط در مخرج عامل ۲ یا ۵ (یا هر دو) ظاهر شوند، عدد اعشاری مربوط به این کسرها مختموم و متناهی می‌باشد. (به این نوع عددها اعشاری تحقیقی نیز می‌گویند.)

مثال: در عمل تقسیم مشخص کنید عدد اعشاری کدام یک از کسرها $\frac{13}{390}$ و $\frac{31}{40}$ مختموم است؟

حل) کسر $\frac{31}{40}$ ساده نمی‌شود و تجزیه مخرج آن به صورت $2^3 \times 5$ می‌باشد و چون از عامل‌های ۲ یا ۵ تشکیل شده است، لذا مختموم است.

کسر $\frac{13}{390}$ را ابتدا بر ۱۳ ساده کنید و می‌شود $\frac{1}{30}$ و تجزیه مخرج به صورت $2 \times 3 \times 5$ می‌باشد که به غیر از عامل‌های ۲ و ۵ دارای عامل اول دیگری هم (مثلاً ۳) است پس مختموم نیست.

عددهای اعشاری متناوب: دسته دوم کسرهایی هستند که وقتی صورتشان را بر مخرجشان تقسیم می‌کنیم هیچ‌گاه به باقی‌مانده صفر نمی‌رسیم و در خارج‌قسمت بعد از ممیز یک یا چند رقم به طور متناوب تکرار می‌شوند که این ارقام را «دوره گردش» می‌نامند و نماد اعشاری این کسرها را (متناوب) می‌گویند.

حل) کسر $\frac{4}{18}$ را ساده کنید می‌شود $\frac{2}{9}$ و مخرج را تجزیه کنید می‌شود $3^2 = 9$ که عامل‌های غیر از ۲ و ۵ یعنی ۳ را در مخرج دارد، پس متناوب ساده است.

کسر $\frac{21}{45}$ را ساده کنید می‌شود $\frac{7}{15}$ و در تجزیه مخرج $3 \times 5 = 15$ علاوه بر عامل ۵ عامل دیگری نیز دارد (مثلاً ۳) لذا نماد اعشاری کسر $\frac{21}{45}$ ، متناوب مرکب است.

کسر $\frac{3}{60}$ را ساده کنید می‌شود $\frac{1}{20}$ و مخرج آن $2^2 \times 5 = 20$ فقط از عامل‌های ۲ یا ۵ تشکیل شده است، بنابراین، نماد اعشاری کسر $\frac{3}{60}$ ، مختموم است.

عددهای اعشاری مختموم $\frac{3}{60} = 0/05$

متناوب ساده: $\frac{4}{18} = 0/2222... = 0/2$

متناوب مرکب: $\frac{21}{45} = 0/46666... = 0/4\bar{6}$

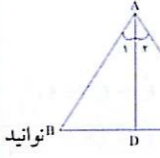
تبدیل عدد اعشاری به کسر

الف) در صورتی که عدد اعشاری مختموم باشد کل عدد را در صورت نوشته، اگر یک رقم اعشار داشته باشد، مخرج آن ۱۰ و اگر دو رقم اعشار داشت، مخرج آن ۱۰۰ و ... قرار می‌دهیم و در صورت لزوم ساده می‌کنیم.

مثال: $\frac{5721}{1000} = \frac{5}{1000} + \frac{721}{1000} = \frac{5721}{1000}$ ساده $\frac{171}{50} = \frac{342}{100}$ و $\frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

ساده $\frac{3}{10} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$

به طور مثال: در شکل مقابل اگر گفته شود که AD منصف ضلع BC است،



فقط می‌توانید در فرض مسئله $\overline{BD} = \overline{DC}$ ، $\angle ADB = \angle ADC$ ، $\overline{AD} = \overline{AD}$ بنویسید.

ولی دقت کنید که در بعضی مسئله‌ها، شما با توجه به معلومات می‌توانید ثابت کنید که این روابط برقرار هستند که به آنها اجزاء متناظر دو مثلث می‌گویند.

شکل‌های متشابه

دو چند ضلعی در صورتی متشابه‌اند که: «تعداد اضلاع آنها مساوی، ضلع‌های متناظر آنها باهم متناسب و زاویه‌های متناظر آنها مساوی» باشند.

یادآوری: اگر دو نسبت $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ برابر باشند، می‌گوییم این دو کسر متناسب‌اند. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

دو مربع دلخواه، همواره با هم متشابه‌اند، زیرا زاویه‌های نظیر آنها با هم برابر و ضلع‌های نظیر آنها، متناسب‌اند. (به دلیل مساوی بودن هر چهار ضلع)

اگر دو چهارضلعی ABCD و A'B'C'D' متشابه باشند، آنرا با نماد زیر نمایش می‌دهند. نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه را نسبت تشابه می‌گویند.

$$ABCD \sim A'B'C'D'$$

دقت کنید قدرمطلق حاصل جمع دو عدد همواره مساوی نیست با حاصل جمع قدرمطلق‌های آن دو عدد:

$$\left\{ \begin{array}{l} | -5 + 2 | = | 3 | = 3 \\ | -5 | + | 2 | = 5 + 2 = 7 \end{array} \right.$$

اگر a یک عدد حقیقی باشد، آنگاه: $\sqrt{a^2} = |a|$ مثال:

$$\sqrt{5^2} = |5| = 5$$

فصل سوم

استدلال: استدلال یعنی دلیل آوردن و استفاده کردن از دانسته‌های قبلی (معلومات مسئله) برای مشخص کردن موضوعی که در ابتدا معلوم نبوده است. (حکم مسئله)

در سال‌های آینده می‌خوانید که استدلال به ۴ روش: شهودی، تمثیلی یا قیاسی، استقرایی و استنتاجی انجام می‌شود. که فعلاً استدلال استنتاجی را مورد استفاده قرار می‌دهیم که به اختصار آنرا استدلال می‌گوییم.

به استدلالی که درستی موضوعی یا مسئله‌ای را مشخص کند «اثبات» می‌گوییم. رسم شکل مناسب در هندسه کمک زیادی به فهم مسئله و تشخیص راه حل می‌کند.

باید دقت کنید که مشاهدات شما برای تشخیص اندازه‌ها، قابل اطمینان نیست و گاهی ممکن است شما از آنها، نتایج نادرستی بگیرید. می‌توانید خطاهای دید را با کمک اینترت، جستجو کنید و بسیاری از آنها را ملاحظه کنید، برای نمونه دو پاره خط AB و MN را ملاحظه کنید، هم‌اندازه‌اند، ولی خطای دید باعث می‌شود که تصور دیگری کنید؟! $A \leftarrow \leftarrow \leftarrow B$

$M \leftarrow \leftarrow \leftarrow N$

$$6 / 123 = \frac{6 \cdot 123 - 1}{990} = \frac{737}{990} = 6 \cdot \frac{61}{990} = \frac{61}{165}$$

عددهای گنگ اصم یا ناگویا
همانطور که دیدید ممکن است تعداد ارقام اعشاری عددی نامتناهی (بی پایان) باشد، اما با نظم خاصی تکرار شود که دارای تناوب یا دوره گردش است و می توانیم کسر مربوط به این عدد را بنویسیم پس این اعداد گویا هستند، مانند:

ساده کنید $\frac{428571}{999999} = \frac{428571}{999999} = \frac{1}{3}$
 $0.428571428571... = 0.\overline{428571} = \frac{1}{3}$
اکتون به عددهای اعشاری زیر دقت کنید که دارای تعداد ارقام اعشاری نامتناهی هستند، و این رقم‌های اعشاری دارای دوره تناوب یا دارای نظم خاصی در تکرار رقم‌ها نیستند به این عددها «گنگ»، یا «اصم» یا «ناگویا» می گویند.
 $\sqrt{2} \cong 1.41421356237309... \quad \sqrt{5} \cong 2.2360679774997... \\ \pi = 3.141592653589793...$

مجموعه‌ی اعداد گنگ را با حرف Q یا Q' نمایش می دهیم.
دقت کنید که ممکن است عددی، علی‌رقم این که حالتی موزون دارد، اما گویا نباشد
مانند: $0.1010010001000000010000000100000001...$ یا $0.123456...$
به طور کلی اگر عدد اعشاری یافت شود که تعداد ارقام اعشاری آن نامتناهی بوده و نتوان به صورت عددی گویا نشان داد، آنرا یک عدد گنگ (اصم) می نامیم.
جذر اعدادی که مربع کامل نیستند، گنگ می باشند. مانند $\sqrt{6}$ یا $\sqrt{50}$ یا ...
قرینه‌ی هر عدد گنگ، گنگ است، مثلاً $-\sqrt{2}$ نیز گنگ است.

$(K \in \mathbb{Z}) \Rightarrow (-a)^{2K} = a^{2K}, \quad (-a)^{2K+1} = -a^{2K+1}$
مثال $\rightarrow (-5)^4 = 5^4 = 625, \quad (-5)^5 = -5^5 = -3125$
از نکته بالا برای عدد (-1) بسیار استفاده می شود:

$(-1)^{100} = 1, \quad (-1)^{101} = -1$
اگر توان عدد منفی باشد، نمی توانید بگویند که حتماً آن عدد منفی است، حتی اگر پایه اش هم منفی باشد. مثال:

$(-3)^{-4} = (-\frac{1}{3})^4 = +\frac{1}{81}, \quad (-\frac{2}{5})^{-2} = (-\frac{5}{2})^2 = +\frac{25}{4}$
 $3^{-2} = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$
برای حل تستها به نکته‌های زیر دقت کنید:

نماد علمی اعداد:

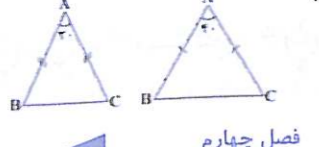
$0.2 = 2^{-1}$	$0.5 = 2^{-2}$
$0.04 = 2^{-2}$	$0.25 = 2^{-2}$
$0.008 = 2^{-3}$	$0.125 = 2^{-3}$

دانشمندان برای محاسبه فاصله‌های خیلی دور و یا جرم اجسام بزرگ مانند سیارات و یا جرم اجسام بسیار کوچک مانند جرم یک اتم از یک عنصر به اعداد خیلی بزرگ و خیلی کوچک نیاز دارند که نوشتن و خواندن آنها دشوار است. برای رهایی از این مشکل، مدلی را برای عددنویسی قرارداد کرده اند که به آن «نماد علمی» می گویند.

نماد علمی هر عدد مثبت به صورت $K \times 10^n$ می باشد که در آن K عددی است اعشاری از یک تا قبل از ده ($1 \leq K < 10$) و n نیز یک عدد صحیح می باشد. ($n \in \mathbb{Z}$)

در صورتی دو مستطیل دلخواه متشابه اند که نسبت بین عرضهای آنها با نسبت بین طولهایشان برابر باشد.
نقشه هر مکان، با آن مکان متشابه است و نسبت تشابه آنها را «مقیاس نقشه» می گویند.
زاویه بین دو خط در نقشه، با زاویه بین خطهای متناظرشان در طبیعت مساوی است.

هر دو شکل هم‌نهشت باهم متشابه هستند و نسبت تشابه آنها «یک» می باشد. ولی عکس این مطلب درست نیست، یعنی هر دو شکل متشابه، هم‌نهشت نیستند (زیرا ممکن است یکی به یک نسبتی بزرگتر یا کوچکتر شده باشد)
هر دو مثلث متساوی الساقین دلخواه متشابه نیستند، زیرا ممکن است زاویه‌های راس آنها $\hat{A} = \hat{A}'$ متفاوت باشد.



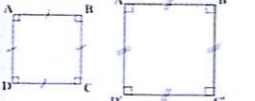
فصل چهارم

یادآوری: اگر a و b دو عدد حقیقی مخالف صفر و m و n دو عدد طبیعی باشند:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m \times b^m = (ab)^m$$
$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad a^m \div b^m = (\frac{a}{b})^m$$

مثال $(3^7)^2 = 3^{14}$
مثال $3^{14} = (3^7)^2 = 3^{14}$

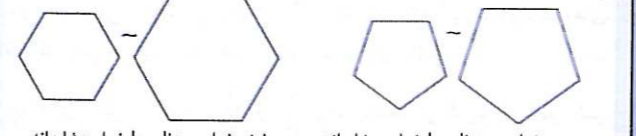
در عبارت $(a^m)^n$ اگر جای دو توان را عوض کنید، حاصل تفاوتی نمی کند.



به عنوان مثال نشان دهید دو مربع زیر متشابه اند:

$$\hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ, \quad \hat{C} = \hat{C}' = 90^\circ$$
$$\hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ, \quad \hat{D} = \hat{D}' = 90^\circ$$
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{a}{b} \Rightarrow ABCD \sim A'B'C'D'$$

عدد $\frac{a}{b}$ یا $\frac{b}{a}$ را نسبت تشابه این دو مربع می گویند.
اگر دو Π ضلعی منتظم با اندازه‌های متفاوت داشته باشیم، حتماً متشابه اند، بطور مثال:



هر دو پنج ضلعی منتظم دلخواه متشابه اند. هر دو شش ضلعی منتظم دلخواه متشابه اند.
دقت کنید هر دو لوزی دلخواه متشابه نیست، زیرا زاویه‌های متناظر آنها ممکن است مساوی نباشد.
دقت کنید هر دو مستطیل دلخواه متشابه نیست، زیرا نسبت بین اضلاع آنها ممکن است مساوی نباشد.
 $\frac{AB}{A'B'} \neq \frac{BC}{B'C'}$
در صورتی دو لوزی دلخواه متشابه اند که یک زاویه مساوی داشته باشند.

برای اثبات یا مشخص کردن هر موضوع یا مسئله‌ای در هندسه، ابتدا باید ببینید که چه اطلاعاتی در مورد مسئله داریم.
به این اطلاعات داده شده «فرض مسئله» می گویند.
سپس دقت کنید چه چیزی را می خواهید اثبات کنید که به آن «حکم مسئله» می گویند.
سعی کنید برای هر مسئله فرض و حکم را بنویسید.
همنهشتی مثلث‌ها

هر گاه دو مثلث به گونه‌ای باشند که دقیقاً برهم منطبق شوند و یکدیگر را بپوشانند، آن دو مثلث را «همنهشت» می گویند.
اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، اضلاع و زاویه‌های نظیر در آن دو مثلث باهم برابرند.
چنانچه دو مثلث ABC و A'B'C' هم‌نهشت باشند، آنرا با نماد $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ یا گاهی با نماد $ABC = A'B'C'$ نمایش می دهند.
دو مثلث در سه حالت زیر با یکدیگر هم‌نهشت هستند:
۱- هر گاه دو ضلع و زاویه بین این دو ضلع در دو مثلث برابر باشند. (ض ض ض)
۲- هر گاه دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه در دو مثلث برابر باشند. (ض ض ض)
۳- هر گاه سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر برابر باشند. (ض ض ض)
نکته مهم ۱، در خصوص مثلث قائم‌الزاویه، علاوه بر ۳ حالت فوق، ۲ حالت زیر نیز برای هم‌نهشتی آنها وجود دارد.
الف) هر گاه وتر و یک زاویه تند در دو مثلث قائم‌الزاویه باهم برابر باشند. (و ز)
ب) هر گاه وتر و یک ضلع دیگر در دو مثلث قائم‌الزاویه باهم برابر باشند. (و ض)
برای حل مسئله در هندسه، ابتدا صورت مسئله را کاملاً خوب بخوانید و سپس با رسم یک شکل مناسب برای حل آن اقدام کنید. توجه کنید که مفاهیم تشکیل دهنده مسئله بسیار مهم اند.

گاهی اوقات ابتدا باید رادیکال‌ها را ساده کنید سپس عمل گویا کردن مخرج را انجام دهید

گویا کردن مخرج

$$\frac{10}{\sqrt{54}} = \frac{10}{\sqrt{27 \times 2}} = \frac{10}{3\sqrt{2}} = \frac{10}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{3 \times 2} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$$

عبارت ریاضی که روی مجموعه اعداد بیان شده، عبارت جبری نامیده می شود. در هر عبارت جبری، حرف‌هایی که جایگزین اعدادی غیر مشخص باشند، «متغیر» نامیده می شوند.
یک جمله‌ای،

به عبارت‌های جبری مانند $7x^3$ و $-\frac{2}{5}x$ و $\sqrt{2ab}$ و $-12a^3b^4$
یک جمله‌ای می گویند. هر یک جمله‌ای از حاصل ضرب اعداد حقیقی در متغیرها بدست می آید.

در یک جمله‌ای، توان متغیرها باید عدد صحیح نامنفی باشد.
هر یک جمله‌ای از دو قسمت : الف) ضرب عددی ب) عبارت حرفی تشکیل شده است.
دقت کنید که اعداد حقیقی هم به تنهایی یک جمله‌ای محسوب می شوند.
عبارت‌هایی مانند $\frac{x}{y}$ و \sqrt{x} و $\frac{x}{y}$ و $5a^{-3}$ و b^{-1} یک جمله‌ای نیستند.
در یک جمله ای $\frac{5ab^3}{y}$ ، ضرب عددی $\frac{5}{y}$ و قسمت حرفی ab^3 می باشد.
درجه یک چندجمله‌ای نسبت به یک متغیر، برابر بزرگترین توان آن متغیر در چند جمله‌ای داده شده است.

اعداد منفی ریشه سوم دارند، به طور مثال: $\sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$
ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

برای هر دو عدد مثبت a و b داریم:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

مثال: $\sqrt{64 \times 81} = \sqrt{64} \times \sqrt{81} = 8 \times 9 = 72$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \Rightarrow \sqrt{\frac{100}{121}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{121}} = \frac{10}{11}$$

برای هر دو عدد حقیقی a و b ($b \neq 0$) داریم:

$$\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

مثال: $\sqrt[3]{27 \times 64} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64} = 3 \times 4 = 12 \quad \sqrt{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{125}} = \frac{2}{5}$
ساده کردن رادیکال‌ها

اگر n عددی زوج و a و b دو عدد نامنفی باشند، آنگاه $\sqrt[n]{a^m b^m} = \sqrt[n]{(a^m)^m} = a^m$
و اگر n فرد باشد رابطه فوق همواره برقرار است: از این رابطه برای ساده کردن رادیکال‌ها استفاده می شود. به مثالهای زیر دقت کنید:

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5}$$
$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \times 2} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2}$$
$$\sqrt{-25} = \sqrt{(-5)^2 \times 2} = -5\sqrt{2}$$
$$\sqrt{63} = \sqrt{3^2 \times 7} = 3\sqrt{7}$$

ولی در عبارت $a^m n$ ممکن است با جابه جایی m و n عدد دیگری حاصل شود، پس در حل مسئله دقت کنید:

$$(a^2)^3 = \Delta^6 \Rightarrow (\Delta^2)^3 = (\Delta^3)^2 \quad (a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$$

$$(\Delta^3)^2 = \Delta^6$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta^{2^3} &= \Delta^{(2^3)} = \Delta^8 \\ \Delta^{3^2} &= \Delta^{(3^2)} = \Delta^9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta^{2^3} \neq \Delta^{3^2} \quad a^{m^n} \neq a^{n^m}$$

توان منفی:

هر عدد (به جز صفر) به توان منفی، برابر است با معکوس همان عدد به توان مثبت:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad \text{مثال}$$

اگر صورت یا مخرج کسری دارای توان منفی بود، با انتقال عدد دارای توان منفی، از صورت به مخرج و یا به عکس، علامت آن توان مثبت می شود: مثال:

$$\frac{2^{-7} \times 3^4}{3^{-9} \times 2^6} = \frac{3^9 \times 3^4}{2^7 \times 2^6} = \frac{3^{13}}{2^{13}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{13}$$

می توانید برای محاسبه حاصل اعداد تواندار با توان منفی یا مقایسه اعداد با توان منفی، ابتدا توانها را مثبت کنید.

اگر عدد منفی به توان فرد برسد، حاصل عددی منفی و اگر عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت است:

به عنوان مثال: یک سال نوری چند کیلومتر است؟ آن را به صورت نماد علمی بنویسید.

حل: یک سال نوری مسافتی است که نور (با سرعت 300000 کیلومتر در ثانیه) در مدت یک سال طی می کند. میدانیم هر سال به طور معمول 365 روز و هر روز 24 ساعت و هر ساعت 60 دقیقه و هر دقیقه 60 ثانیه است پس:

$$300000 \times 24 \times 60 \times 60 = 9460800000000$$

مثال ۲: فاصله زمین تا خورشید حدود $150,000,000,000$ متر و همچنین شعاع مدار الکترون یک اتم هیدروژن $0,000,000,053$ سانتی متر است. آنها را با نماد علمی نشان دهید.

$$\text{شعاع مدار الکترون} = 5 / 3 \times 10^{-9} \quad \text{فاصله زمین تا خورشید} = 1 / 5 \times 10^{11}$$

ریشه گیری:

همانطور که در سالهای قبل خوانده اید عددهای 3 و -3 را ریشه های دوم 9 می گویند. به طور کلی هر عدد حقیقی مثبت a دارای دو ریشه مثبت \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$ می باشد.

اعداد منفی ریشه دوم ندارند، زیرا مجذور هیچ عددی منفی نمی شود. عدد صفر فقط یک ریشه دوم دارد که آن هم خود صفر است.

هر عدد به توان 3 را مکعب یک عدد می گویند، به طور مثال مکعب عدد 5 میشود: $5^3 = 125$

ریشه سوم عدد a را بصورت $\sqrt[3]{a}$ نمایش می دهند، بطور مثال: $\sqrt[3]{125} = 5$

در عبارت $\sqrt[n]{a}$ به عدد n ریشه یا فرجه گفته می شود.

نابرابری و نامعادله:

هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، فقط یکی از حالت های زیر برقرار است:

(الف) $a > b$ بزرگ تر از b

(ب) $a < b$ کوچک تر از b

(ج) $a = b$ مساوی b

اگر عدد حقیقی a منفی نباشد، در این صورت یا مثبت است ($a > 0$) و یا صفر ($a = 0$) که در ریاضی نوشته می شود: $a \geq 0$

دقت کنید $5 \geq 5$ یک جمله درست است.

اگر a کوچکتر از b و x عددی دلخواه بین دو عدد حقیقی a و b باشد، می نویسیم: $a < x < b$

خواص نابرابری ها (نامساوی ها)

۱- اگر دو طرف یک نامساوی را با عددی مانند c جمع یا تفریق کنید، جهت نامساوی تغییر نمی کند.

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c \quad a < b \Rightarrow a - c < b - c$$

۲- اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی مثبت ضرب (یا تقسیم) کنید، جهت نامساوی تغییر نمی کند.

$$a < b \xrightarrow{c > 0} ac < bc$$

$$mx < my \xrightarrow{m > 0} x < y$$

۳- اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی منفی ضرب (یا تقسیم) کنید، جهت نامساوی عوض می شود.

$$a < b \xrightarrow{c < 0} ac > bc$$

$$mx < my \xrightarrow{m < 0} x > y$$

چند جمله ای، از جمع (یا تفریق) دو یا چند یک جمله ای غیرمتشابه، چند جمله ای حاصل می شود. برای مثال $3x + 4y$ دو جمله ای می باشد.

درجه چند جمله ای عبارتست از درجه جمله ای از آن که نسبت به دیگر جمله های آن بزرگترین درجه را داشته باشد. مثلاً در عبارت $7 - 2xy + 11x^2y^3 - x^4$ درجه نسبت به متغیر x عدد 4 و نسبت به متغیر y عدد 3 ولی درجه خود چند جمله ای 5 می باشد.

چند جمله ای استاندارد:

هر گاه همه جمله های یک چند جمله ای بر حسب توان های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر، مرتب باشد، به آن چند جمله ای استاندارد گفته می شود.

ضرب چند جمله ای ها:

برای ضرب دو چند جمله ای A و B کافی است هر یک از جمله های A را در هر یک از جمله های B ضرب کرده و حاصل ضرب را در صورت امکان ساده کنیم

مثال:

$$(5x + 2)(3x - 11) = 15x^2 - 55x + 6x - 22 = 15x^2 - 49x - 22$$

اتحادها:

اتحادها تساوی های جبری هستند که به ازای هر مقدار عددی که به جای متغیرهایشان قرار دهیم، همواره برقرار باشند. به عنوان مثال: تساوی $x(x+1) = x^2 + x$ به ازای هر مقدار x برقرار است.

رادیکال های مشابه: دو رادیکال را مشابه می گوئیم، در صورتی که فرجه ها مساوی و عبارت زیر رادیکال یکسان باشند. به عنوان مثال: $\sqrt[3]{7}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{-9}, \sqrt[3]{7}$ متشابه اند. اما $\sqrt{5}, \sqrt[3]{5}$ متشابه نیستند. پس متشابه بودن عبارت های زیر رادیکالی به ضرایب آنها بستگی ندارد.

جمع و تفریق رادیکالها

رادیکال های مشابه را می توان با هم جمع یا تفریق کرد، برای این منظور، ضرایب رادیکالها را جمع یا تفریق کرده و یکی از رادیکالها را می نویسیم.

مانند: $5\sqrt{7} + 9\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 11\sqrt{7}$

گاهی اوقات باید رادیکالها را ساده کنید سپس جمع یا تفریق را انجام دهید.

مثال: $\sqrt{20} + \sqrt{125} = \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{25 \times 5} = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

گویا کردن مخرج کسرها:

گاهی اوقات لازم است تا در محاسبات کسری، مخرج کسرهایی که شامل عبارت رادیکالی می باشند، به گونه ای نوشته شوند که مخرج رادیکال باشد. این کار را گویا کردن مخرج کسری می نامند.

برای گویا کردن مخرج کسرهایی که عبارت مخرج آنها به صورت $\sqrt[n]{a^m}$ (با شرط $m < n$) می باشد، باید مخرج کسر را در $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ ضرب کنید.

مثال:

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{10}{\sqrt[3]{5}} = \frac{10}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{10\sqrt[3]{5^2}}{5} = 2\sqrt[3]{25}$$

درجه یک جمله ای نسبت به متغیری که در یک جمله ای نیست، صفر است. به همین دلیل اعداد حقیقی (به جز صفر) یک جمله ای از درجه صفراند، برای مثال یک جمله ای $5x^0y^0$ را می توان بصورت $5x^0y^0$ نوشت.

برای عدد حقیقی صفر درجه تعریف نمی شود.

یک جمله ای متشابه:

دو یا چند، یک جمله ای را مشابه می گویند، در صورتیکه متغیرهایشان (حروف هایشان) یکسان و توان حروف مثل هم، دقیقاً مساوی باشد مانند: $5a^2b$ و $3a^2b$

متشابه بودن یک جمله ایها به ضریب عددی آنها بستگی ندارد، مانند: $\sqrt{2}x, \frac{2}{5}x$

یک جمله ای های $2x^3$ و $2x^2$ و $2x$ متشابه نیستند (توان حروف فرق دارد)

دقت کنید ab^2 و ba^2 نیز متشابه نیستند.

جمع یا تفریق یک جمله ایها:

دو یا چند یک جمله ای را در صورتی می توان با هم جمع و یا تفریق کرد که «متشابه» باشند. برای این کار کافی است که ضرایب عددی جمله ها را با هم جمع و یا تفریق کرد.

مثال: $7ab + 3ab - 4ab = (7 + 3 - 4)ab = 6ab$

ضرب یک جمله ایها:

برای ضرب دو یک جمله ای، کافی است ضرایب عددی را در هم و حروف متناظر را نیز در هم ضرب کنیم.

مثال: $(5x^2y^3) \times (2x^3y^4z) = 10x^5y^7z$

۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد، در این صورت این دو خط موازی اند و دستگاه جواب ندارد.

۳) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، در این صورت این دو خط برهم منطبق اند و دستگاه بی شمار جواب دارد.

دستگاه دو معادله دو مجهولی را به سه روش زیر می توان حل کرد:

(الف) رسم کردن دقیق دو خط (ب) روش حذفی (ج) روش جایگزینی معادله توانی:

اگر در یک معادله، مجهول در توان عدد باشد، آن معادله را توانی می گویند. برای حل اینگونه معادله ها سعی می کنیم پایه های دو عدد را مساوی کنیم سپس معادله بین توانها را بنویسیم و حل کنیم

اگر در معادله های توانی، پایه ها، دو عدد متفاوت و غیر قابل تجزیه باشند، توان های دو عدد باید مساوی صفر باشند.

فصل هفتم

به طور کلی یک عبارت گویا به کسری گفته می شود که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشند.

اگر مخرج کسری، صفر باشد، آن کسر تعریف نشده یا نامعین است.

دامنه تعریف یک عبارت گویا یعنی مشخص کردن مقادیری که به ازای آنها، عبارت گویا تعریف شده باشد. برای این کار ابتدا مخرج را مساوی صفر قرار دهید سپس آنرا حل کنید و در نهایت:

{مقادیری که مخرج را صفر می کند} $D = \mathbb{R} - \{ \dots \}$ دامنه تعریف ساده کردن عبارت های گویا، اگر عامل مشترکی به شکل ضرب در صورت و مخرج کسری باشد، می توان آنرا از صورت و مخرج حذف کرد و عبارت

شیب خطی که از نقطه $A = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$ و مبدا مختصات می گذرد، برابر است با $\frac{n}{m}$ و معادله این خط $y = \frac{n}{m}x$ خواهد شد.

اگر در دو نقطه نسبت عرض به طول ثابت باشد، خط گذرنده از این دو نقطه حتماً از مبدا مختصات هم می گذرد.

اگر مختصات نقطه A را در معادله خط داده شده جایگزین کنید و دو طرف تساوی برابر شوند، نقطه A روی خط داده شده، قرار دارد.

اگر طول نقطه ای صفر باشد آن نقطه روی محور عرض ها قرار دارد.

اگر عرض نقطه ای صفر باشد، آن نقطه روی محور طولها قرار دارد.

اگر طول نقطه ای از یک خط صفر باشد، عدد عرض مربوط به آن نقطه را عرض از مبدا خط می گویند.

اگر عرض نقطه ای از یک خط صفر باشد، عدد طول مربوط به آن نقطه را طول از مبدا آن خط می گویند.

به طور کلی نسبت تغییر ارتفاع به مسافت طی شده را شیب خط می گویند.

اگر $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ دو نقطه از یک خط باشند، در این صورت: $\text{شیب خطی که از دو نقطه } A \text{ و } B \text{ می گذرد} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

در خط هایی که با افزایش طول نقاط روی آنها، عرض نقاط نیز اضافه شود، شیب مثبت است

در خط هایی که با افزایش طول نقاط روی آنها، عرض نقاط کاهش یابد، شیب منفی است.

لذا یک اتحاد می باشد، اما تساوی $x^2 + 1 = 2x$ فقط به ازای $x = 1$ برقرار است، بنابراین اتحاد نیست.
تفاوت معادله و اتحاد جبری در این است که اتحاد به ازای تمام مقادیر برقرار است ولی معادله به ازای تعداد محدودی از اعداد حقیقی برقرار است.

اتحاد مربع دوجمله ای: برای هر دو عدد حقیقی a و b همواره داریم:
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
تجزیه: تبدیل جمع یا تفریق یک عبارت جبری را به ضرب، تجزیه می گویند.
(۱) تجزیه با استفاده از فاکتورگیری، $ab + ac = a(b + c)$
(۲) تجزیه با استفاده از اتحاد مربع دوجمله ای،

اگر سه جمله ای $x^2 + 2xy + y^2$ را به صورت $(x + y)^2$ بنویسیم، در واقع عبارت را به عامل های ضرب تجزیه کرده ایم:

اتحاد مزدوج: برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم:
 $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = (x + y)(x + y)$
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

اتحاد جمله مشترک:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

۳- تجزیه با استفاده از اتحاد مزدوج: اگر عبارت $x^2 - y^2$ را بصورت $(x + y)(x - y)$ بنویسیم، در واقع عبارت را تجزیه کرده ایم.

۴- تجزیه با استفاده از اتحاد جمله مشترک: به عبارت $x^2 + 13x + 36$ توجه کنید، حالا دو عدد پیدا کنید که جمع آنها ۱۳+ و ضربشان ۳۶+ شود و سپس

به صورت مقابل بنویسید.
 $x^2 + 13x + 36 = (x + 4)(x + 9)$
به این کار تجزیه با کمک اتحاد جمله مشترک می گویند.

دانش آموز گرامی دقت کنید که اگر $a < b$ و $b < c$ باشد، می توانید نتیجه بگیرید $a < c$
نامعادله،
اگر یک نامساوی شامل متغیر (مجهول) باشد به آن نامعادله می گویند. به طور مثال نامساوی $2x + 3 > 9$ یک نامعادله یک مجهولی درجه اول است.
به مجموعه مقادیری که به ازای آنها، نامعادله به یک نابرابری درست تبدیل می شود، مجموعه جواب نامعادله می گویند.

فصل ششم
معادله خط،
صورت کلی معادله خط راست به شکل $y = ax + b$ می باشد.
این معادله دارای بی شمار جواب است و هر یک از این جواب ها مختصات یک نقطه است که اگر آنها را به هم وصل کنید، یک خط راست بدست می آید. به همین دلیل می گویند که x و y رابطه خطی دارند.
در معادله $y = ax + b$ ، عدد a را شیب خط و عدد b را عرض از مبدا خط می نامند.
خط $y = ax$ از مبدا مختصات می گذرد.
برای رسم یک خط کافی است دو نقطه از خط را بیابید، سپس خط را رسم کنید.
معادله یک خط در واقع بیان کننده رابطه بین طول و عرض نقاط یک خط است.

فصل ششم

صورت کلی معادله خط راست به شکل $y = ax + b$ می باشد.

این معادله دارای بی شمار جواب است و هر یک از این جواب ها مختصات یک نقطه است که اگر آنها را به هم وصل کنید، یک خط راست بدست می آید. به همین دلیل می گویند که x و y رابطه خطی دارند.

در معادله $y = ax + b$ ، عدد a را شیب خط و عدد b را عرض از مبدا خط می نامند.

خط $y = ax$ از مبدا مختصات می گذرد.

برای رسم یک خط کافی است دو نقطه از خط را بیابید، سپس خط را رسم کنید.

معادله یک خط در واقع بیان کننده رابطه بین طول و عرض نقاط یک خط است.

اگر چندضلعی قاعده هرم یک چندضلعی منظم باشد و وجه های جانبی آن مثلث های منتهست باشند، آنگاه هرم را منظم می گویند.
اگر قاعده هرم، مرکز تقارن داشته باشد، در این صورت پای ارتفاع هرم روی مرکز تقارن قاعده قرار می گیرد.
اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع مساوی باشند، حجم آنها باهم برابر است.
حجم هرم از دستور زیر محاسبه می شود:

$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} S.h$
نامگذاری هرم براساس شکل قاعده آن صورت می گیرد.
مخروط، شکلی شبیه به هرم منظم است که قاعده آن به شکل دایره و پای ارتفاع مخروط مرکز این دایره است.
حجم مخروطی به شعاع قاعده R و ارتفاع h از رابطه زیر محاسبه می شود:

ارتفاع \times مساحت قاعده \times $\frac{1}{3}$ = $V_{\text{مخروط}}$
 $V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times (\pi R^2) \times h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$
مساحت دایره

اگر بخواهیم چندجمله ای A را بر چندجمله ای B تقسیم کنیم، ابتدا هر دو چند جمله ای را بر حسب توان های نزولی x مرتب می کنیم سپس اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم کرده و خارج قسمت را مشخص می کنیم. آنگاه خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده و از مقسوم کم می کنیم. سپس این باقی مانده را بر مقسوم علیه تقسیم می کنیم و به همین ترتیب آن قدر ادامه می دهیم تا درجه باقیمانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای:

$$\frac{6x^4 - 2x^3 + 9x^2}{3x^2} = \frac{6x^4}{3x^2} - \frac{2x^3}{3x^2} + \frac{9x^2}{3x^2} = 2x^2 - x + 3$$

تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای:

اگر بخواهیم چندجمله ای A را بر چندجمله ای B تقسیم کنیم، ابتدا هر دو چند جمله ای را بر حسب توان های نزولی x مرتب می کنیم سپس اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم کرده و خارج قسمت را مشخص می کنیم. آنگاه خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده و از مقسوم کم می کنیم. سپس این باقی مانده را بر مقسوم علیه تقسیم می کنیم و به همین ترتیب آن قدر ادامه می دهیم تا درجه باقیمانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای:

$$\frac{6x^4 - 2x^3 + 9x^2}{3x^2} = \frac{6x^4}{3x^2} - \frac{2x^3}{3x^2} + \frac{9x^2}{3x^2} = 2x^2 - x + 3$$

تقسیم چندجمله ای بر یک جمله ای،
برای تقسیم یک چند جمله ای بر یک جمله ای می توانیم هر یک از جمله های، چند جمله ای را بر یک جمله ای تقسیم کنیم. به این روش قاعده تفکیک می گویند.
مثال:

$$\frac{14x^2yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^2yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$$

$$= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xyz} + \frac{3z}{2}$$

چندجمله ای A بر یک جمله ای B بخش پذیر است، در صورتی که هر یک از جمله های چندجمله ای A بر یک جمله ای B بخش پذیر باشد. به عبارت دیگر حاصل تقسیم خود یک چندجمله ای باشد.
مثال:

$$\frac{6x^4 - 2x^3 + 9x^2}{3x^2} = \frac{6x^4}{3x^2} - \frac{2x^3}{3x^2} + \frac{9x^2}{3x^2} = 2x^2 - x + 3$$

تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای:

$$\frac{6x^4 - 2x^3 + 9x^2}{3x^2} = \frac{6x^4}{3x^2} - \frac{2x^3}{3x^2} + \frac{9x^2}{3x^2} = 2x^2 - x + 3$$

اگر بخواهیم چندجمله ای A را بر چندجمله ای B تقسیم کنیم، ابتدا هر دو چند جمله ای را بر حسب توان های نزولی x مرتب می کنیم سپس اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم کرده و خارج قسمت را مشخص می کنیم. آنگاه خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده و از مقسوم کم می کنیم. سپس این باقی مانده را بر مقسوم علیه تقسیم می کنیم و به همین ترتیب آن قدر ادامه می دهیم تا درجه باقیمانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای:

$$\frac{6x^4 - 2x^3 + 9x^2}{3x^2} = \frac{6x^4}{3x^2} - \frac{2x^3}{3x^2} + \frac{9x^2}{3x^2} = 2x^2 - x + 3$$

تقسیم چندجمله ای بر چندجمله ای:

اگر شیب دو خط مساوی باشد، آن دو خط موازی اند.

اگر شیب دو خط، عکس و قرینه یکدیگر باشند، آن دو خط برهم عمودند.

گاهی اوقات خط را به صورت $ax + by = c$ نشان می دهند که برای پیدا کردن شیب این نوع خطها ابتدا طرفین را بر ضریب y تقسیم کنید و سپس x ها را به سمت راست ببرد تا شیب و عرض از مبدا آنها مشخص شوند.

اگر معادله خطی به صورت $y = c$ باشد (c یک عدد ثابت) در این صورت این خط موازی محور x ها است. و عمود بر محور y هاست و در تمام نقاط این خط مقدار y عدد ثابت c می باشد. شیب این خطها مساوی صفر است.

اگر معادله خطی بصورت $x = c$ باشد (c یک عدد ثابت) در این صورت این خط موازی محور y ها است. و بر محور طولها عمود می شود. تمامی نقاطی که روی این خط قرار دارند، دارای طولی برابر c هستند. شیب این خطها تعریف نشده (نامعین) است.

معادله خط محور طولها (x ها) می شود $y = 0$

معادله خط محور عرضها (y ها) می شود $x = 0$

دستگاه معادله های خطی

دو خط راست در صفحه نسبت به هم سه حالت دارند:

- (۱) متقاطع اند. (۲) موازی اند. (۳) منطبق اند.

برای اینکه محل برخورد دو خط $ax + by = c$ و $a'x + b'y = c'$ را بیابید، باید دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ را حل کنید که سه حالت زیر را دارد:

(۱) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ باشد، در این صورت دو خط متقاطع اند و دستگاه یک جواب منحصر بفرد دارد.

اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ باشد، در این صورت دو خط متقاطع اند و دستگاه یک جواب منحصر بفرد دارد.

گویای ساده تری نوشت که با عبارت اولیه مساوی است. به این عمل ساده کردن می گویند.

دقت کنید در ساده کردن عبارتهای گویا عمل تجزیه کردن به روش های گفته شده، کاربرد زیادی دارد

مثال: $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9} = \frac{(x+3)(x+4)}{(x-3)(x-3)} = \frac{x+4}{x-3}$

ضرب و تقسیم عبارتهای گویا:

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

دقت کنید قبل از ضرب کردن ممکن است ساده شوند.

جمع و تفریق عبارتهای گویا:

در صورت امکان ابتدا ساده می کنید و سپس مخرج مشترک گرفته و حل می کنید:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ $x - \frac{y}{z} = \frac{xz - y}{z}$

عبارتهای مرکب: کسری که صورت و مخرج آن عبارتهای گویا باشند، «عبارت گویای مرکب» نامیده می شود.

برای محاسبه حاصل یک عبارت گویای مرکب، ابتدا جداگانه صورت و مخرج را ساده می کنید سپس حاصل صورت را بر مخرج تقسیم کنید.

تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای: برای تقسیم دو یک جمله ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و قوانین مربوط به ساده کردن عبارتهای تواندار استفاده می شود. مثال:

$\frac{8x^5y^2z^3}{4x^2yz} = 2x^3yz^2$ $\frac{6x^4y^5}{2xy} = 3x^3y^4$

محل یادداشت

Blank lined area for notes.

محل یادداشت

Blank lined area for notes.

Lined writing area for page 73.

Lined writing area for page 74.

محل یادداشت

محل یادداشت

قاعدۀ هرم به شکل چندضلعی است.
 هرم یکی شکل فضایی است که دارای یکی وجه زیرین به نام قاعده است.

$$S = 4\pi R^2$$
 مساحت کره‌ای به شعاع R برابر است با: $S = 4\pi R^2$
 اگر شعاع مساحت نیم کره شعاع R را حساب کنیم باید مساحت
 مساحت کره‌ای به شعاع R را با مساحت دایره صغیره جمع کنیم:

$$S = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2$$

 مساحت مساحت نیم کره شعاع R را به طور دقیق به دو نیم کره تبدیل کنیم سطح مقطع
 اگر یکی کره چوبی توپ را به طور دقیق به دو نیم کره تبدیل کنیم سطح مقطع
 این نیم کره‌ها به شکل یکی دایره است که شعاع آن شعاع کره مساوی
 است. به این دایره «دایره صغیره کره» و روبرو دیگری شکل نیم کره را «مورق چینی
 نیم کره» می‌گویند.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

 حجم کره به شعاع R

$$V = \pi R^2 h$$

 حجم استوانه به شعاع R و ارتفاع h
 کره می‌گویند.
 دایره به نام کره می‌گویند. به این اندازه دایره است. شعاع
 شعاع به نام کره می‌گویند. به این اندازه دایره است. شعاع
 شعاع به نام کره می‌گویند. به این اندازه دایره است. شعاع
 شعاع به نام کره می‌گویند. به این اندازه دایره است. شعاع
 شعاع به نام کره می‌گویند. به این اندازه دایره است. شعاع
 شعاع به نام کره می‌گویند. به این اندازه دایره است. شعاع

Lined writing area for page 74.

فصل هشتم

محل یادداشت